

♣ 秀吉も驚いた指数関数

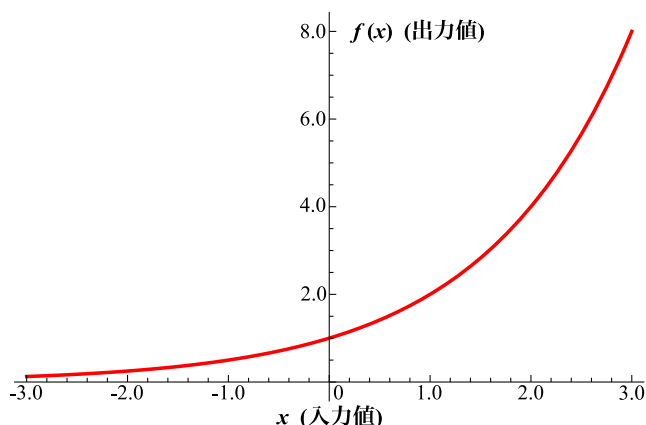
次に、指数関数と呼ばれる関数を確認しましょう。指数関数の「指数 (しすう)」というのは、累乗の際に右肩にのせる小さい数のことです。例えば

$$2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

の場合、2の右肩にのっている3が指数です。一方、2のことは「底 (てい)」といいます。指数関数は、正の実数 a が底で指数が変数 x となっている関数で、一般に

$$f(x) = a^x$$

という式で表されます⁶。具体的に底 a が2の指数関数 $f(x) = 2^x$ のグラフを描いてみると、次のようになります。 x が大きくなるにつれて値が大きくなる曲線であることが分かります。



指数関数 $f(x) = 2^x$

先ほど説明したように、累乗の考え方を拡張することで、 x が負や小数の場合にもちゃんと値を持つようになっています。

この指数関数の最大の特徴は、最初はゆっくり増えていくが気付くともものすごい勢いで増えていく、という点です。この性質にまつわる有名な話で「曾呂利新左衛門 (そろりしんぎえもん) の逸話」が知られています。曾呂利新左衛門は豊臣秀吉に仕えていた人物です。ある日、秀吉に「好きな褒美をやろう」と言われた新左衛門は、次のようにお願ひしました。

「米粒を頂きたいです。1日目は1粒、2日目は倍の2粒、3日目はその倍の4粒と
いった具合で、次々に倍をしていって、100日目まで米粒を頂きたいです。」

秀吉は「そんな小さな望みで良いのか」と思い、新左衛門の要求を快諾しました。最初は1粒、2粒、4粒と雀の涙ほどの量でした。そして15日目にやっと16384粒となり、茶わん4杯分くらいの米粒になりました。しかし、この辺から1日に貰える米粒の数が急激に増えてきます。20日目には524288粒になり、約10kg分の米粒になりました。23日目には、なんと4194304粒に

⁶ 2^x は指数関数ですが、 x^2 は2次関数です。変数 x が指数にあるものを指数関数という点に注意して下さい。